Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik
Karlsruher Institut für Technologie

Moderne Theoretische Physik I: Theorie D

Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer
Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- `Abgabe am Montag, den 23.04.2018; Besprechung am Mittwoch, den 25.04.2018`
- `Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link: https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_18.html`
- `Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur durch das QISPOS-System an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter https://campus.studium.kit.edu`

Name: ________________ Übungsgruppe: ______ Punkte: ________

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1: Das Stefan-Boltzmann-Gesetz (8 Punkte)

Das Kirchhoffsche Gesetz impliziert, daß die Energiedichte ρ der elektromagnetischen Strahlung, die durch schwarze Körper emittiert wird, nur von der Temperatur T der Körper abhängig ist. Es sei angenommen, daß sich die Strahlung in einem Zylinder (Volumen V) mit perfekt reflektierendem und sich frei bewegendem Kolben befindet.

(a) Stellen Sie die Abhängigkeit der Energiedichte $\rho(T)$ der Strahlung von der Temperatur T fest. (**3 Punkte**)

Hinweis: Der Druck P der isotropen Strahlung ist durch $P = \rho/3$ gegeben.

(b) Stellen Sie auch die Abhängigkeit der Entropie $S(T)$ der Strahlung von T fest. (**3 Punkte**)

(c) Berechnen Sie die Intensität I (die Strahlungsleistung pro Fläche und Raumwinkel) dieser Strahlung und die Luminosität L (die Strahlungsleistung pro Fläche in einer Richtung, d.h. im Raumwinkel $\Omega = 2\pi$) als Funktionen der Temperatur T. (**2 Punkte**)

Aufgabe 1.2: Das Plancksche Strahlungsgesetz (14 Punkte)

Die Energiedichte $\rho(T)$ der Strahlung ist gegeben durch die spektrale Energiedichte $\rho(\nu, T)$ wie folgt

$$\rho(T) \;=\; \int_0^{+\infty} d\nu\, \rho(\nu, T)\,, \tag{1}$$

worin ν die Frequenz der elektromagnetischen Radiation ist. Es wurde von W. Wien gezeigt, dass $\rho(\nu, T) = \nu^3 g(\nu/T)$, worin $g(x)$ eine beliebige Funktion der Variablen x ist.

(a) Zeigen Sie, daß das Wiensche Gesetz im Einklang mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz steht. (**1 Punkt**)

(b) Im Rahmen der klassischen Physik kann man zeigen, daß die Rayleigh-Jeans-Verteilung, d.h. $\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$, gelten muss. Worin besteht das Problem mit dieser Verteilung? Unter welchen Bedingungen ist sie physikalisch zuverlässig? Wie muss $g(x)$ sich unter diesen Bedingungen verhalten? (**3 Punkte**)

(c) W. Wien hat gezeigt, dass die sogenannte Wiensche Verteilung, d.h. $\rho(\nu, T) = \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T}$, worin α und β positive Konstanten sind, gelten muss.[1] Worin besteht das Problem mit dieser Verteilung? Unter welchen Bedingungen ist sie physikalisch zuverlässig? Wie muss $g(x)$ sich unter diesen Bedingungen verhalten? (**3 Punkte**)

(d) Es hat sich herausgestellt, daß die korrekte Verteilung ist gegeben durch das Plancksche Gesetz

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\left[\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1\right]^{-1}, \tag{2}$$

worin h die Plancksche Konstante ist. Diese Verteilung benutzend, stellen Sie die Konstanten α, β sowie die Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = L/T^4$ fest. (**3 Punkte**)

(e) Schätzen Sie die Temperatur der Photosphäre der Sonne ab, indem Sie annehmen, daß das Maximum der Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges beim Maximum der spektralen Energiedichte der Photosphäre liegt. Vergleichen Sie diese mit der tatsächlichen Temperatur der Photosphäre. (**4 Punkte**)

Bemerkung: Das Emissionsspektrum der Photosphäre entspricht in erster Näherung dem eines schwarzen Körpers.

Aufgabe 1.3: Wahrscheinlichkeiten (2 Punkte)

In der Milchstraße gibt es ca. $N = 10^{11}$ Sterne. Wir machen jetzt die Annahme: Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Stern einen Planeten hat, ist $p_1 = 0.01$. Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem Planeten lebensfreundliche Bedingungen herrschen, ist $p_2 = 0.01$. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich auf einem solchen Planeten tatsächlich Leben entwickelt, ist $p_3 = 0.01$. Der Einfachheit halber nehmen wir weiter an, daß es keine Sonnensysteme mit mehr als einem Planeten gibt.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß es in einem zufällig ausgewählten Sonnensystem Leben gibt? (**1 Punkt**)

[1] Das Experiment von F. Paschen besagtet annähernd damals auch für die Wiensche Verteilung.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß es in der Milchstraße auf mindestens einem Planeten Leben gibt? (**1 Punkt**)