Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik
Karlsruher Institut für Technologie

Moderne Theoretische Physik I: Theorie D

Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer
Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- `Abgabe am Montag, den 09.07.2018; Besprechung am Mittwoch, den 11.07.2018`
- `Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link: https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_18.html`
- `Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur im QISPOS bzw. CAMPUS an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter https://campus.studium.kit.edu`

Name: ______________________ Übungsgruppe: ______ Punkte: ______

Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1: Würfelförmiger Potentialtopf (8 Punkte)

Wir betrachten das Potential

$$V(\mathbf{x}) \;=\; \begin{cases} 0\,, & \text{falls } \max(|x|,|y|,|z|) \;<\; R\,, \\ \infty\,, & \text{sonst.} \end{cases} \tag{1}$$

(a) Finden Sie alle Energieeigenzustände, indem Sie die dreidimensionale zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung durch Trennung der Variablen lösen. **(4 Punkte)**

(b) Bestimmen Sie die Entartungsgrade der niedrigsten sechs Energieeigenwerte. Können Sie die Entartungen auf eine Symmetrie zurückführen? **(4 Punkte)**

Aufgabe 12.2: Wasserstoffatom (8 Punkte)

(a) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Zustand

$$\psi \;=\; \frac{1}{6}\big(4\psi_{100} + 3\psi_{211} - \psi_{210} + \sqrt{10}\psi_{21-1}\big)\,. \tag{2}$$

Berechnen Sie die Norm von ψ sowie die Erwartungswerte der Energie, des Drehimpulsquadrates und der z-Komponente des Drehimpulses. **(4 Punkte)**

Erinnerung: Die Wellenfunktionen ψ_{nlm} entsprechen der gebundenen Zustände des Wasserstoffatoms.

(b) Ein Wasserstoffatom befinde sich im Grundzustand. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Elektron weiter vom Proton entfernt aufhält als dies in der klassischen Mechanik bei derselben Gesamtenergie erlaubt wäre. **(4 Punkte)**

Stand 28. 06. 2018 um 10:37:56

Aufgabe 12.3: Stationäre Störungstheorie (8 Punkte)

(a) Der Hamilton-Operator des linearen anharmonischen Oszillators sei gegeben durch

$$\hat{H} \;=\; \hat{H}_0 + \hat{W}\,, \quad \text{wobei} \quad \hat{H}_0 \;=\; \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2\hat{q}^2}{2} \quad \text{und} \quad \hat{W} \;=\; \alpha\frac{m^2\omega^2}{\hbar}\,\hat{q}^4 \tag{3}$$

Der Parameter α sei positiv. Welche Energiekorrekturen ergeben sich in erster Ordnung Störungstheorie bezüglich $\hat{W}$? **(3 Punkte)**

Hinweis: Um das Problem zu lösen, verwenden Sie Ihre in Aufgabe 11.1.b. erhaltenen Zwischenergebnisse.

(b) Der eindimensionale harmonische Oszillator unterliege der Störung

$$\hat{W} \;=\; \alpha\big(\hat{q}\hat{p} + \hat{p}\hat{q}\big)\,. \tag{4}$$

Berechnen Sie die Zustände in erster Ordnung und die Energien bis zur zweiten Ordnung Störungstheorie. **(5 Punkte)**