



Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theoretische Physik
Karlsruher Institut für Technologie

Moderne Theoretische Physik I: Theorie D

Dozent: Prof. Dr. Frans R. Klinkhamer

Assistent: Dr. Viacheslav A. Emelyanov

- Abgabe am Montag, den 21.05.2018; Besprechung am Mittwoch, den 23.05.2018
- Aktuelle Informationen zur Vorlesung befinden sich unter folgendem Link:
https://www.itp.kit.edu/~slava/quantenmechanik_ss_18.html
- Melden Sie sich rechtzeitig für Vorleistung und Klausur im QISPOS bzw. CAMPUS an. Dies ist erforderlich und erfolgt unter <https://campus.studium.kit.edu>

Name: _____ Übungsgruppe: _____ Punkte: _____

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1: Die Reflexion über einer Potentialbarriere (8 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m befinde sich in einem Potential, das von der Form ist

$$U(q) = \begin{cases} U_1, & \text{für } q < 0, \\ U_2, & \text{für } q > 0, \end{cases} \quad (1)$$

wobei $U_1 < U_2$. Das Teilchen bewege sich von links nach rechts. Die Energie des Teilchens beträgt E , sodass $E > U_2$ gilt.

- Finden Sie die Amplituden von Reflexion und Transmission des Teilchens. (4 Punkte)
- Finden Sie die energetische Reflexionskoeffizient und Transmissionskoeffizient des Teilchens. (3 Punkte)

Hinweis: Der energetische Reflexionskoeffizient r und Transmissionskoeffizient t sind durch $|j_r/j_e|$ beziehungsweise $|j_t/j_e|$ gegeben, worin, z.B., j_e die Wahrscheinlichkeitsstromdichte des einfallenden Teilchens ist.

- Unter welchen Bedingungen strebt der Reflexionskoeffizient gegen Null? (1 Punkt)

Aufgabe 5.2: Das δ -Potential (8 Punkte)

Betrachten wir nun die stationäre Schrödinger-Gleichung mit dem δ -Potential, d.h.

$$U(q) = -\alpha \delta(q), \quad (2)$$

wobei $\alpha > 0$ gilt.

- (a) Bestimmen Sie die erlaubten Werte der Energie des Teilchens, bei denen sich das Teilchen im Potentialtopf befinden kann. **(4 Punkte)**

Hinweis: Die Wellenfunktion eines Teilchens im δ -Potential ist nicht differenzierbar, weil ihre erste Ableitung nicht stetig sein kann. Integrieren Sie die stationäre Schrödinger-Gleichung über q in einem kleinen Bereich um den Punkt $q = 0$, um ihren Sprung an diesem Punkt zu bestimmen.

- (b) Ein Teilchen bewege sich von links nach rechts und die Energie des Teilchens sei $E > 0$. Finden Sie die Amplituden von Reflexion und Transmission des Teilchens. Unter welchen Bedingungen strebt der Reflexionskoeffizient gegen Null? **(4 Punkte)**

Aufgabe 5.3: Die Heisenbergsche Unschärferelation (8 Punkte)

Die Heisenbergsche Unschärferelation in einem Zustand, der durch eine Wellenfunktion $\psi(t, q)$ beschrieben ist, lautet

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (3)$$

wobei Δq die mittlere quadratische Schwankung des Operators \hat{q} im vorgegebenen Zustand ist und ähnlich für Δp (siehe Aufgabe 4.3).

- (a) Aus einem Beschleuniger durch eine Spalte fliegt ein Bündel von Protonen mit der Energie $E = 100$ keV heraus. Schätzen Sie die minimale erreichbare Breite des Bündels von Protonen im Abstand $L = 100$ m von der Spalte. **(4 Punkte)**
- (b) Ein Teilchen der Masse m befinde sich in dem folgenden Potential

$$U(q) = \begin{cases} +\infty, & \text{für } q < 0, \\ kq, & \text{für } q > 0, \end{cases} \quad (4)$$

wobei k eine positive Konstante ist. Schätzen Sie den Energiewert des Grundzustandes des Teilchens und die Größe seiner Lokalisierung ab. **(4 Punkte)**